

EL USO DE LAS MATEMÁTICAS EN LOS TEXTOS NÁUTICOS ESPAÑOLES DEL SIGLO XVIII

M^a Asunción Iglesias Martín

Departamento de Matemática Aplicada. Escuela Técnica Superior de Náutica y Máquinas Navales. Universidad del País Vasco / EHU

Palabras clave: *matemáticas, historia, navegación, siglo XVIII, textos náuticos.*

The use of Mathematics in the Spanish Nautical Texts of the 18th Century.

Summary: *This work presents a summary about Mathematical concepts, and the use of them, included in thirteen Spanish Nautical Texts published during the 18th Century.*

Key words: *Mathematics, history, navigation, 18th Century, nautical texts.*

1. Introducción

Resulta evidente que para realizar el cálculo de los diferentes términos de navegación es imprescindible contar con un mínimo de conocimientos matemáticos, que permitan llevar a cabo los planteamientos y las operaciones pertinentes. En muchas de las obras náuticas se da por supuesto que los pilotos cuentan con conocimientos de aritmética, geometría, trigonometría y logaritmos, y sus resultados se aplican a lo largo de los textos, sin haberlos explicado previamente. Sin embargo, también hay autores que entre sus páginas incluyen algún capítulo dedicado a estas materias.

Con esta premisa, se pretende ofrecer un resumen, tanto de los conceptos matemáticos, como del uso de los mismos que incluyen 13 textos de carácter náutico publicados durante el siglo XVIII, lo que supone aproximadamente un 60% del total de obras de náutica «censadas» en dicho siglo. Esta cantidad, muy significativa, permite la realización de estudios porcentuales de las materias, con resultados que se pueden considerar extrapolables al colectivo total. Los textos estudiados son: Cedillo (1717 y 1745), Tosca (1727), Clariana Gualbes (1731), Moreno y Zabala (1732), González Cabrera (1734), García Sevillano (1736), Sánchez Reciente (1749), Archer (1756), Jorge Juan (1757), Barreda (1765), Mendoza y Ríos (1787) y Mazarredo (1790).

La necesidad de conocimientos matemáticos por parte de los marinos queda patente en varias de las obras analizadas, como la de Jorge Juan (1757:2), donde se dice: *Debe su conocimiento esta Arte à muchas Ciencias, que la han prestado materiales para resolver las questions que en ella se ofrecen. La Geographia, la Arithmètica, la Geometria, y Trigonometria,*

la Astronomia, y aún la Physisca, todas contribuyen al logro de los aciertos en el Pilotage. En el mismo sentido se expresa Mendoza y Ríos (1787, Tomo I: XLI) al apuntar que Todo principiante, que haya estudiado la Aritmética, Geometría y ambas Trigonometrías, encontrará en este Tratado las materias de la Ciencia del Piloto, que puede entender fundamentalmente...

Los temas principales son la geometría, que se encuentra en el 46,15% de estos textos y la trigonometría, explicada en el 23,07%, aunque también hay un 15,38% que contienen un estudio de los logaritmos, un 7,69% de textos que incluyen aritmética, y otro 7,69% que analiza las diferenciales. El porcentaje de obras que hacen uso de estos conocimientos es, salvo en el caso de las diferenciales, bastante mayor. En el 61,53% de los textos se aplica la geometría, mientras la trigonometría se emplea en el 92,30% y la aritmética en el 15,38%; los logaritmos se aplican en el 61,53% y las diferenciales en el 7,69% (Gráfico 1).

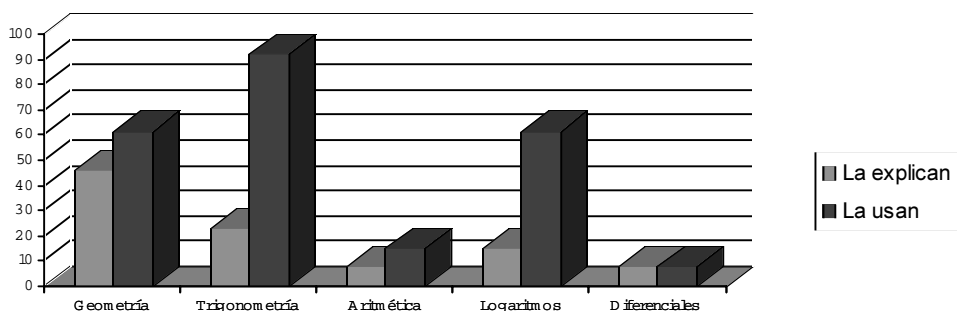


Gráfico 1: Porcentaje de textos que explican las diferentes cuestiones matemáticas, y porcentaje de obras que las utilizan

2. Geometría

En navegación, la geometría es necesaria fundamentalmente para dibujar el triángulo de posición y colocar en él los cuatro términos de la navegación. También se usa para trazar paralelas y perpendiculares, o para dividir ángulos, al tratar algunas de las cuestiones náuticas. La instrucción de esta materia viene enfocada de diferente manera en los textos de náutica del siglo XVIII que la incluyen. Los conceptos que en ella se estudian varían tanto en la cantidad, como en la profundidad con que son explicados.

Con mayor o menor extensión, las cuestiones geométricas se encuentran en Clariana Gualbes, González Cabrera, García Sevillano, Cedillo (1745), Archer y Barreda.

2.1. Aplicaciones de la geometría en los textos náuticos

Uno de los usos más corrientes de la geometría es la comprobación de la graduación de un instrumento de observación denominado ballestilla, que se encuentra en Cedillo, Clariana Gualbes, García Sevillano y Sánchez Reciente. Por su parte, Archer la usa para resolver los triángulos rectángulos.

González Cabrera (1734:103 y ss.) cuenta con cinco capítulos dedicados a los usos que se pueden hacer de la geometría en los que se ve cómo se pueden resolver los seis triángulos rectángulos que resultan al intentar calcular dos términos de la navegación, conociendo los otros dos, el cálculo de la longitud esférica, la n

avegación por un paralelo paralelo de latitud, el cálculo de la mediana paralela y la reducción de paralelos.

Cabe destacar que Barreda [1765:328 y ss.] incluye, casi al final de su obra, un apéndice en el que presenta 19 *questiones curiosas, fundamentadas en los Elementos Geometricos de Euclides*, indicando en cada una de ellas la proposición en la que se basa.

3. Trigonometría

La trigonometría es la rama de las matemáticas que estudia los triángulos y la medida de sus elementos, estableciendo una correspondencia entre las magnitudes lineales y las magnitudes angulares mediante las *funciones trigonométricas*. Utilizando sus resultados se pueden medir de manera precisa las distancias y las alturas imposibles de calcular de otra forma, por lo que es una herramienta imprescindible en astronomía, sobre todo la trigonometría esférica. Muchos de los descubrimientos geográficos se pudieron realizar por el uso de instrumentos de navegación que basaban su funcionamiento en la trigonometría.

Los autores que en sus obras demuestran algunas de las proposiciones trigonométricas que posteriormente van a emplear son Tosca, González Cabrera, Archer y Mendoza y Ríos.

3.1. Usos de la trigonometría

Con excepción de García Sevillano, que resuelven todas las situaciones usando un instrumento denominado cuadrante de reducción, todos los demás autores utilizan la trigonometría en alguno de sus capítulos. Aunque puede tener muchas más aplicaciones, sus usos más frecuentes se encuentran en la resolución del triángulo de posición, el cálculo de la amplitud y azimut del Sol, la comprobación de la graduación de los instrumentos de observación, el cálculo de la variación de la aguja, y el estudio de la carta reducida.

4. La aritmética

Aunque, como es natural, en algún punto de sus exposiciones, todos los autores tienen que hacer uso de la aritmética, sólo González Cabrera (1734:127 y ss.) incluye un capítulo de cuatro páginas, en el que explica un método para hallar la raíz cuadrada de cualquier número, y los clasifica en *racionales* si tienen raíz exacta, e *irracionales*, en caso contrario. Posteriormente, vuelve a hacer referencia a ellas, ofreciendo una tabla en la que se dan los números cuadrados con sus correspondientes raíces. Aunque recibe el nombre de tabla de las raíces cuadradas, en realidad contiene los cuadrados de los números naturales de 1 a 990.

4.1. Aplicaciones de la aritmética en los textos náuticos

Después de haber explicado la forma de calcular la raíz cuadrada, González Cabrera (1734:131 y ss.) resuelve utilizando sólo aritmética, los seis casos de navegación y halla la longitud crecida.

Por su parte, Barreda incluye un «apéndice náutico y cálculo loxodrómico», en el cual se resuelven todos los Triangulos Rectangulo, que en el Progreso de una, ó muchas Singladuras de la Navegacion se pueden ofrecer, con solo el auxilio de la Pluma, por via de la Arithmetica inferior, en previsión de que, por la razón que fuere, no se pudieran utilizar otros sistemas (Barreda, 1765:309 y ss.). Para simplificar los cálculos, facilita una *Tabla Loxodrómica*, en la cual se dan las diferencias de latitud y longitud que corresponden a una travesía de 100 millas en cualquiera de los ocho rumbos principales de un cuadrante. Posteriormente, ofrece un *Manual Arithmetico-Practico, en que, para gobierno de los usos pertenecientes à la Navegacion, se ponen varias Reglas; assi para la forma, y disposicion del Kalendario, como para otros casos que puedan ocurrir*, en el que explica, entre otras cosas, los ciclos del Sol y la Luna, y la ordenación de las fiestas movibles (Barreda, 1765:349 y ss.).

5. Los logaritmos

La invención de los logaritmos, que se basan en la correspondencia entre una serie geométrica y una aritmética, se debe a Juan Neper, que publicó por primera vez las tablas en 1614, ofreciendo los logaritmos de los senos para cada minuto, con siete decimales, y que estaban diseñadas de tal forma, que la diferencia entre dos logaritmos en una misma línea, daba como resultado el logaritmo de la tangente. El texto de Neper fue traducido al inglés por el matemático Writght, y otro matemático, en esta ocasión Briggs, publicó la *Logarithmorum Chilias Prima* en 1617, donde se ofrecían por primera vez los logaritmos en base 10, de 1 a 1.000, con once decimales. El descubrimiento de los logaritmos dio un nuevo impulso a la trigonometría.

Entre las obras que se están analizando, las que contienen alguna explicación sobre esta cuestión son González Cabrera y Mendoza y Ríos. Aunque el primero de ellos no especifica la forma de fabricar las tablas, las incluye al final de la obra, en dos versiones, las primeras contienen los logaritmos de los senos y las tangentes de 1 a 45 grados y sirven para no tener que usar previamente las tablas de las funciones trigonométricas. En las segundas se encuentran los logaritmos desde 1 hasta 11099, necesarios para resolver las proposiciones astronómicas.

Mendoza y Ríos estima que el mejor sistema de logaritmos, a los que denomina hiperbólicos, es el de Neper, en el cual el primer término geométrico es la unidad y el módulo es el que se obtiene cuando el ángulo constante de la loxodrómica es de 45° . Este autor indica que se pueden emplear los logaritmos ordinarios, pasándolos previamente a hiperbólicos, dividiéndolos entre 0,43429448 (Mendoza, 1787, II: 24).

5.1. Aplicaciones de los logaritmos

Una de las principales aplicaciones de los logaritmos en los textos analizados es la simplificación de los cálculos trigonométricos que se realizan a lo largo de los mismos. Este

uso se encuentra en Tosca, Moreno y Zabala, González Cabrera, Cedillo (1745), Archer, Jorge Juan, Barreda y Mendoza y Ríos.

Además, Jorge Juan (1757:87-88) los utiliza para resolver de una nueva forma, diferente a todas las anteriores, los problemas de navegación, sin necesidad de usar las partes meridionales.

Por su parte, Mendoza y Ríos usa los principios de los logaritmos neperianos en el cálculo de las partes meridionales, la construcción de la carta reducida, el cálculo de la ecuación de la loxodrómica en la esfera y la determinación de los errores que se cometen al usar el paralelo medio. También aparecen en los problemas que se presentan para hallar la latitud, simplificando las operaciones, al igual que en el cálculo de la refracción y la paralaje. Este autor utiliza los logaritmos de una forma natural siempre que le resulten útiles, con una excepción: cuando se trata de calcular la longitud por las distancias lunares considera más oportuno aplicar la trigonometría, sin simplificar los cálculos mediante los logaritmos, salvo que se carezca de la preparación suficiente, lo cual denotaría cierta ignorancia,

6. Cálculo diferencial

Una cuestión muy importante del tratado de Mendoza y Ríos, que no aparece en ninguno de los textos restantes, se encuentra en el capítulo dedicado a las analogías diferenciales de triángulos esféricos. En él hace un estudio de la variación que se puede obtener en la resolución de un problema cuando hay una ligera modificación en los datos. Para ello, primero introduce el concepto de diferencial (Mendoza, 1787, I: 419), seguida de la demostración de veinte analogías, y la regla general para calcular la variación total de tres elementos de un triángulo conociendo las variaciones o diferenciales de los otros tres (Mendoza, 1787, I: 432-433). También da otros cinco resultados que surgen de estas proposiciones y, por último, las aproximaciones para las funciones trigonométricas de arcos muy pequeños.

En su segundo tomo estudia los principios fundamentales para la resolución de los problemas de la navegación dividiendo la línea loxodrómica en pequeñas porciones, considerando cada una de ellas como la hipotenusa de un pequeño triángulo rectángulo y utilizando las diferenciales (los resultados están sacados del *Tratado de Navegación* de Mr. Bezout).

7. Evaluación global

1. En cuanto a los conceptos geométricos estudiados, en un 66,66% de las obras figuran las líneas, y lo mismo ocurre con los triángulos y círculos. En los paralelogramos y esfera disminuye el porcentaje, siendo del 54,54% para cada uno de ellos.

2. La forma de abordar los temas también es diferente: un 66,66% utilizan gráficos para conseguir una mejor comprensión, y hay el mismo porcentaje de textos que resuelven los problemas consistentes en trazar diferentes tipos de figuras geométricas. Sólo García Sevillano incluye propiedades en algunas de las cuestiones que estudia, y es el único que no usa la trigonometría.

3. Mientras Cedillo (1717) hace uso de la trigonometría en una única ocasión al estudiar la graduación de la ballestilla, Jorge Juan es uno de los autores que más la utiliza, pues

aparece casi en todas las cuestiones que trata en su obra. Además, el nivel que presenta es bastante elevado, teniendo en cuenta la escasa preparación matemática de los marinos.

4. En cuanto a los logaritmos, Mendoza y Ríos es el único que los usa como una herramienta más dentro de las demostraciones, las cuales, a veces, no son tan sencillas de ver. De hecho, es el único que ofrece las demostraciones de las proposiciones, ya que los demás, en general, utilizan algoritmos de cálculo y resuelven algún ejemplo para explicarlas. Esta obra usa de las matemáticas en prácticamente todos sus capítulos, utilizando todas las herramientas con las que cuenta, tanto para enunciar los principios, como para demostrarlos.

5. La evolución de los autores con el paso de los años queda patente en las dos obras de Cedillo, publicadas en 1717 y 1745. Mientras en la primera de ellas la trigonometría tiene un uso muy limitado, en la segunda el autor la utiliza para estudiar la variación de la aguja de marear, una cuestión a la que en 1717 sólo hace referencia para dudar seriamente de su existencia.

6. Aunque los textos estudiados abarcan todo un siglo, no es sino al final del mismo cuando aparecen aportaciones nuevas de la mano de Mendoza y Ríos, en cuyo tratado se estudia la resolución de los triángulos a través de las diferenciales. Esta es la única diferencia significativa en la materia abordada por todos ellos, siendo sin embargo la presentación bastante diferente, el de Tosca es bastante didáctico y muy fácil de seguir por sus claras explicaciones y los gráficos que las acompañan. Lo mismo ocurre con Archer, a pesar de contar con menos figuras ilustrativas. El más completo de todos es el de Mendoza y Ríos, que trata los temas con mayor profundidad; su grado de dificultad es bastante mayor, ya que va dirigido a lectores con una sólida base matemática, y además no se detiene a resolver ejemplos prácticos, limitándose a dar únicamente los desarrollos teóricos. El texto de Mazarredo es sencillo y fácil de seguir con sus claras explicaciones y sus ejemplos.

8. Bibliografía

8.1. Fuentes primarias

ARCHER, M. (1756) *Lecciones náuticas explicadas en el Museo Mathematico de el M.N. y M.L. Señorío de Vizcaya, Noble Villa de Bilbao, y su Illustre Casa de Contratacion*. Antonio de Egufquiza, Bilbao, Impreffor de dicho M.N. y M.L.

BARREDA, F. (1765) *El marinero instruido en el arte de navegación especulativo, y práctico, según se enseña en el Real Seminario del Sr. San Telmo de Sevilla*, Sevilla.

CEDILLO Y RUJAQUE, P.M. (1717) *Compendio del arte de navegación*, Sevilla, Lucas Martín de Hermosilla, Impresor y Mercader de Libros en Calle de Genova.

CEDILLO Y RUJAQUE, J.M. (1745) *Tratado de Cosmografía y Náutica*, Cadiz, En la imprenta real de la marina de Manuel Espinosa de los Monteros... Reimpreso [sic] en Cádiz.

CLARIANA GUALBES, A. (1731) *Resumen náutico de lo que se practica en el teatro naval o representación sucinta del arte de Marina, en la idea de un bajel de querra desde los primeros rudimentos de la arquitectura náutica hasta el conocimiento de la esfera celeste y terraquea, facilitando con teoremas, demostraciones y estampas para la teórica y práctica de la navegación*, Barcelona, Imprenta de Iván Piferrer.

- GARCIA SEVILLANO, J. (1736) *Nuevo régimen de Navegación*. Madrid, Joaquín Sanchez.
- GONZALEZ CABRERA BUENO, J. (1734) *Navegación especulativa y práctica con la explicación de algunos instrumentos que están más en uso entre los navegantes, con las reglas necesarias para su verdadero uso; tabla de las declinaciones del sol, computadas al meridiano de San Bernardino; el modo de navegar por la geometría, por el cuadrante de reducción, por los senos logarítmicos y comunes; con estampas y figuras pertenecientes a lo dicho y otros tratados curioso*, Manila, Imprenta del Colegio de San Francisco. Reeditado en 1970. Ediciones Porrúa. Colección Chinalistac.
- JUAN Y SANTACILIA, J. (1757) *Compendio de navegación para el uso de los caballeros guardias-marinas*, Cádiz, Academia de los mismos Caballeros.
- MAZARREDO SALAZAR, J. (1790) *Lecciones de navegación para el uso de las compañías de Guardias Marinas*, Isla de León, Imprenta de su Academia..
- MENDOZA Y RIOS, J. (1787) *Tratado de Navegación*, Madrid, Imprenta Real, 2 vols.
- MORENO Y ZABALA, B. (1732) *Práctica de la navegación, uso y conocimiento de los instrumentos mas precisos en ella, con las reglas para saber si estan bién contruidos*, Madrid, Imprenta de Manuel Román.
- SANCHEZ RECIENTE, J. (1749) *Tratado de Navegación Theorica y práctica según el orden y método con que se enseña en el Real Colegio Seminario de San Telmo, extramuros de la Ciudad de Sevilla*, Seviilla, Francisco Sánchez Reciente.
- TOSCA, T.V. (1727) *Compendio Matemático en que se contienen todas las Materias más principales de las Ciencias que tratan de la cantidad*. Valencia. Reimp. en 1757. 9 vols.

8.2. Fuentes secundarias.

- ENCICLOPEDIA GENERAL DEL MAR* (1957), Barcelona, Ediciones Garriga.
- ENCICLOPEDIA GRAL. ILUSTRADA HISPANO-AMERICANA* (1924), Barcelona, Hijos de J. Espasa Eds.
- ENCICLOPEDIA UNIVERSAL MICRONET*.